

文章编号: 1000-7598 (2011) 08-2459-08

用于桩基础计算的 Daubechies 小波新型联系系数研究

陈雅琴¹, 张宏光², 党发宁¹

(1. 西安理工大学 岩土工程研究所, 西安 710048; 2. 长安大学 公路学院, 西安 710064)

摘 要: 基于小波函数特有的多分辨特性, Daubechies 小波在处理工程中的应力大梯度、强非线性和奇异问题方面具有较强优势。限于联系系数的计算广度不够, 目前 Daubechies 小波有限元法的应用仅限于杆、梁以及地基系数为常数的弹性地基梁等方面的计算中。在基于 m 法的桩基础计算中, 假定地基系数为线性函数, 故挠曲线微分方程中荷载项的地基系数为线性变量, 但与此相关的联系系数的计算方法及计算结果尚未见文献报导, 无法应用 Daubechies 小波法进行求解。针对桩基础计算模型的特点, 提出和推导了一类基于 m 法的可用于桩基础计算的小波联系系数, 首次将 Daubechies 小波应用于桩基础的计算中。并利用上述结果, 对桩基础的典型模型进行计算。结果表明, 所推导出的 Daubechies 小波新型联系系数结果正确, 基于 Daubechies 小波有限元法可精确求解桩基础的受力。

关 键 词: 小波有限元法; Daubechies 小波; 桩基础; 新型联系系数

中图分类号: TU 470

文献标识码: A

Study of new type of Daubechies wavelet connection coefficient used in computation of pile foundations

CHEN Ya-qin¹, ZHANG Hong-guang², DANG Fa-ning¹

(1. Institute of Geotechnical Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China;

2. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, China)

Abstract: Based on the special characteristic of multi-resolution of wavelet function, Daubechies wavelet has strong superiority in solving some engineering problems such as high stress gradient, strong nonlinearity and some other singular problems in engineering. But because of the limited computation scope of connection coefficient, Daubechies wavelet finite element method has only been used in the computation of bar, beam, and beam on elastic foundations with a constant foundation coefficient. In the computation of pile foundations based on ' m ' theory, the foundation coefficient is assumed as linear function. So the foundation coefficient of load in deflection curve differential equation is a linear variable. But the computation methods or results of relative connection coefficient have not been proposed in any documents up till now. Thus Daubechies wavelet method cannot be employed to conduct the computation of pile foundations based on ' m ' theory. Aiming at the feature of computation model of pile foundations, a new type of connection coefficient is put forward based on ' m ' theory. Thus Daubechies wavelet is applied to the computation of pile for the first time. Typical models of pile foundations are computed using the new type of connection coefficient mentioned above. The calculation result verifies the correctness of the deduced new type of wavelet connection coefficient; and it is shown that pile foundations can be calculated with high accuracy by using wavelet finite element method.

Key words: wavelet finite element method; Daubechies wavelet; pile foundation; new type of connection coefficient

1 引 言

小波理论是 20 世纪 80 年代出现的一个新兴数学分支, 是近年来在工具及方法上的重大突破, 它已广泛地应用在科学技术和工程计算等各个领域^[1]。

在数值计算领域, 为了分析更加复杂的工程实际问题, 将小波插值与有限元法相结合, 自然就产生了小波有限元法^[2-3]。小波有限元法吸收了传统有限元法离散逼近的优点, 使其可以方便地处理复杂的边界条件, 同时又拥有小波函数特有的多分辨

收稿日期: 2010-09-21

基金项目: 国家自然科学基金资助 (No. 51008247)。

第一作者简介: 陈雅琴, 女, 1975 年生, 博士, 讲师, 主要从事桥梁结构数值计算研究。E-mail: chenyaqin2008@126.com

特性, 可以提供另一种提高精度的细化算法, 即在不改变网格剖分的前提下提高其分辨率, 使其可以在问题大梯度处采用高精度小尺度单元以提高分析精度, 而小梯度处采用较低精度大尺度单元以提高分析效率。

Daubechies 小波^[4]是由世界著名的比利时小波分析学者 Ingrid Daubechies 构造的小波函数, 除了 db1 (即 Haar 小波) 外, 其他小波均没有明确的表达式, 其尺度函数 $\phi_{j,k}$ 和相应的小波函数 $\psi_{j,k}$ 通常是通过两尺度方程式 (1) 及小波方程 (2) 构造而来, 以数表和曲线的方式给出。

$$\phi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \phi_{1,k}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} h_k \phi(2t - k) \quad (1)$$

式中: ϕ 为尺度函数; $\{h_k\}_{k \in \mathbb{Z}}$ 为系数序列。

$$\psi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k \phi_{1,k}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in \mathbb{Z}} g_k \phi(2t - k) \quad (2)$$

式中: $g_k = (-1)^k \bar{h}_{-k}$ 。式 (1)、(2) 中其余各符号意义详见文献[1]。

Daubechies 小波具有正交性、紧支撑性等诸多优点, 因此, 在将小波理论刚刚应用于数值计算时, Daubechies 小波首先引起了人们的重视^[5]。基于 Daubechies 小波的小波 Ritz 法、小波 Galerkin 法以及小波有限元法近年来一直受到国内外学者的关注。但在其后的发展过程中, 由于 Daubechies 小波联系系数的计算精度不足、计算广度不够, 使得 Daubechies 小波在结构工程计算方面的应用受到很大限制。因此, 如何应用 Daubechies 小波进行结构工程计算, 发挥其优势, 具有一定的理论意义和实用价值。

桩基础是结构物的重要基础形式, 应用广泛。经常同时受到竖轴向力和横轴向力的共同作用, 内力分布情况取决于荷载大小、桩长、桩径、桩的截面形式以及桩周土体的物理参数。就其计算模型以及所处的边界条件而言, 桩较杆、梁复杂许多, 求解也更为困难。目前已有大量的专业计算软件, 从不同侧面模拟了桩基的实际受力情况。但小波有限元法在桩基础的计算中还属空白, 本文以 Daubechies 小波基函数为试函数, 以 Winkler 弹性地基梁的“ m 法”为基本计算原理, 推导出一类用于桩基础计算的新型联系系数, 使应用 Daubechies 小波有限元法进行桩基础计算得以初步实现。

2 Daubechies 小波联系系数计算

由于 Daubechies 小波没有具体的显式表达式,

因此, 当 Daubechies 小波应用于数值计算时, 联系系数的计算是必须研究的核心内容, 为此国内外学者开展了大量的研究工作, 主要集中表现为 4 种计算形式。

Latto^[6]中率先研究了联系系数的计算, 随后 Beylkin、Dahmen 与 Candela 等加深并拓展了这方面的研究, 他们的研究内容主要集中在形如下式的计算, 即第 1 种形式

$${}^1\Gamma_{k,l}^{r,s} = \left\langle \phi_{0,k}^{(r)}, \phi_{0,l}^{(s)} \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi^{(r)}(t-k) \overline{\phi^{(s)}(t-l)} dt \quad (3)$$

此式主要是基于无穷区间对尺度函数 ϕ 的 r 、 s 阶导数乘积的积分, 通常小波要进行周期化处理, 其应用局限于无穷区间或周期边界条件等问题。

为了求解有限区间问题, Chen^[7]、Yang^[8]和 Feng^[9]等计算了区间 $[0, x]$ 上的积分, Monass^[10]通过构造新的小波方法求解了有限区间积分, 其典型积分如下, 即第 2 种形式

$${}^2\Gamma_{k,l}^{r,s} = \left\langle \phi_{0,k}^{(r)}, \phi_{0,l}^{(s)} \right\rangle_{[0,x]} = \int_0^x \phi^{(r)}(t-k) \overline{\phi^{(s)}(t-l)} dt \quad (4)$$

Lin^[11]在应用半解析小波时间差分法求解 Burgers 方程时, 定义了形如下式的积分, 即第 3 种形式

$${}^3\Gamma_{k,l}^{r,s} = \left\langle \phi_{0,k}^{(r)}, \phi_{0,l}^{(s)} \right\rangle_{[0,2^j]} = \int_0^{2^j} \phi^{(r)}(t-k) \overline{\phi^{(s)}(t-l)} dt \quad (5)$$

为了构造小波有限元, Ko 与马军星^[12]等详细研究了 $[0, 1]$ 区间上的积分, 即第 4 种形式

$${}^4\Gamma_{k,l}^{r,s} = \left\langle \phi_{0,k}^{(r)}, \phi_{0,l}^{(s)} \right\rangle_{[0,1]} = \int_0^1 \phi^{(r)}(t-k) \overline{\phi^{(s)}(t-l)} dt \quad (6)$$

不难看出, 式 (3) ~ (6) 对联系系数的推导全部集中在 0 尺度函数 $\phi_{0,k}$ 上。当需要提升计算尺度时, 这些积分则无法满足需求。陈雪峰、何正嘉等^[13]在这些算法的基础上, 给出了任意尺度函数 $\phi_{j,k}$ 在 $[0, 1]$ 区间上形成刚度矩阵与载荷列阵的联系系数计算方法, 即

$$\Gamma_{k,l}^{j,r,s} = 2^{-j(1+r+s)} \left\langle \phi_{j,k}^{(r)}, \phi_{j,l}^{(s)} \right\rangle_{[0,1]} = \int_0^1 \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt \quad (7)$$

$$R_k^{j,r} = \left\langle t^r, \phi_{j,k} \right\rangle_{[0,1]} = \int_0^1 t^r \overline{\phi(2^j t - k)} dt \quad (8)$$

式中: r 、 s 取非负整数, 表示求导次数。在所构造的小波有限元中, 单元刚度矩阵由联系系数式 (7) 组成, 载荷列阵由式 (8) 构成。式 (3) ~ (8) 中

其余未详细说明的符号意义详见文献[2]。

基于 m 法计算桩基础时, 桩基的挠曲线微分方程中, 其荷载项的地基系数为呈线性变化的变量, 而非常量。这样, 在应用小波法进行求解时, 其方程中必含有诸如 $\int_0^1 t^v \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt$ 的积分项, 而有关这类联系系数的计算方法和计算结果还未见文献报道, 因此, 有必要对该类联系系数的计算方法进行推导, 并得出便于实际应用的计算结果。

3 桩基计算中 Daubechies 小波新型联系系数 $\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s}$ 的构造与求解

该类联系系数的提出主要是为了解决用 Daubechies 小波对桩基础进行位移、内力分析时所遇到的困难。在以前的小波有限元法中, 由于联系系数的计算广度不够, 还没有适合用于桩基础计算的联系系数。本文首先提出一类新型的联系系数, 用于进行桩基础计算。

联系系数 $\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s}$ 的定义式为

$$\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s} = \int_0^1 t^v \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt \quad (9)$$

首先计算幂函数的阶数 $v=0$ 时的值,

$$\begin{aligned} \Lambda_{k,l}^{j,0,r,s} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{[0,1]}(t) t^0 \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{[0,1]}(t) \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt = \Gamma_{k,l}^{j,r,s} \end{aligned} \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned} \Gamma_{k,l}^{j,r,s} &= \int_0^1 \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{[0,1]}(t) \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{式中: } \chi_{[0,1]}(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

令 $t = \frac{t}{2^j} - k$, 代入 Daubechies 小波两尺度方程的一般形式, 即式 (1), 得

$$\begin{aligned} \phi\left(\frac{t}{2^j} - k\right) &= \sqrt{2} \sum_{n=2k}^{2k+N} h_{n-2k} \phi\left(\frac{t}{2^{j-1}} - n\right) = \\ &= \sqrt{2} \sum_{n=\max\left(2k, \left\lceil \frac{t}{2^{j-1}} - N \right\rceil\right)}^{\min\left(2k+N, \left\lceil \frac{t}{2^{j-1}} - N \right\rceil\right)} h_{n-2k} \phi\left(\frac{t}{2^{j-1}} - n\right) \end{aligned} \quad (12)$$

令 $j = -j$, 并对该式两端取 d 阶导数, 得

$$\phi^{(d)}(2^j t - k) = 2^{\frac{1}{2}+d} \sum_{n=\max\left(2k, \left\lceil \frac{t}{2^{j+1}} - N \right\rceil\right)}^{\min\left(N+2k, \left\lceil \frac{t}{2^{j+1}} - N \right\rceil\right)} h_{n-2k} \phi^{(d)}(2^{j+1} t - n) \quad (13)$$

上式中令 $t = x/2$ 作变量替换, 得

$$\begin{aligned} \Lambda_{k,l}^{j,v,r,s} &= \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{[0,1]}(t) t^v \phi^{(r)}(2^j t - k) \overline{\phi^{(s)}(2^j t - l)} dt = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{[0,1]}(t) t^v \left[2^{\frac{1}{2}+r} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} \phi^{(r)}(2^{j+1} t - n) \right] \cdot \\ &\quad \left[2^{\frac{1}{2}+s} \sum_{m \in \mathbb{Z}} h_{m-2l} \overline{\phi^{(s)}(2^{j+1} t - m)} \right] dt = \\ &= 2^{1+r+s} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} \sum_{m \in \mathbb{Z}} h_{m-2l} \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{[0,1]} \left(\frac{x}{2} \right) \left(\frac{x}{2} \right)^v \cdot \\ &\quad \phi^{(r)}(2^j x - n) \overline{\phi^{(s)}(2^j x - m)} d\left(\frac{x}{2}\right) = \\ &= 2^{r+s-v} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} \sum_{m \in \mathbb{Z}} h_{m-2l} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\chi_{[0,1]}(x) + \chi_{[0,1]}(x-1) \right] \cdot \\ &\quad x^v \phi^{(r)}(2^j x - n) \overline{\phi^{(s)}(2^j x - m)} dx = \\ &= 2^{r+s-v} \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k} \sum_{m \in \mathbb{Z}} h_{m-2l} \left(\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s} + \Lambda_{n-2^j, m-2^j}^{j,v,r,s} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{i=1}^v \binom{v}{i} \Lambda_{n-2^j, m-2^j}^{j,v-i,r,s} \right) = 2^{r+s-v} \left(A_{k,l,n,m}^{j,0,0} \Lambda_{k,l}^{j,v,r,s} + \right. \\ &\quad \left. \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k+2^j} \sum_{m \in \mathbb{Z}} h_{m-2l+2^j} \sum_{i=1}^v \binom{v}{i} \Lambda_{n,m}^{j,v-i,r,s} \right) \end{aligned} \quad (14)$$

即为

$$\begin{aligned} 2^{v-r-s} \Lambda_{k,l}^{j,v,r,s} &= A_{k,l,n,m}^{j,0,0} \Lambda_{n,m}^{j,v,r,s} + \\ &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} h_{n-2k+2^j} \sum_{m \in \mathbb{Z}} h_{m-2l+2^j} \sum_{i=1}^v \binom{v}{i} \Lambda_{n,m}^{j,v-i,r,s} \cdot \end{aligned} \quad (15)$$

$$(2^{v-r-s} \mathbf{I} - \mathbf{A}^{j,0,0}) \mathbf{\Lambda}^{j,v,r,s} = \mathbf{E}^{j,v,r,s}$$

式中:

$$\begin{aligned} \mathbf{\Lambda}^{j,v,r,s} &= \left(\Lambda_{n,m}^{j,v,r,s} \right)_{((N+2^j-1) \times (N+2^j-1)) \times 1} \\ &= -(N-1) \leq n, m \leq 2^j - 1 \end{aligned}$$

$$\mathbf{E}^{j,v,r,s} = \sum_{n=\max(-(N-1), 2k-2^j)}^{\min(2^j-1, 2k+N-2^j)} h_{n-2k+2^j} \sum_{m=\max(-(N-1), 2l-2^j)}^{\min(2^j-1, 2l+N-2^j)} h_{m-2l+2^j}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^v \binom{v}{i} \Lambda_{n,m}^{j,v-i,r,s} \\ &= -(N-1) \leq k, l \leq 2^j - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^{j,0,0} &= (h_{n-2k} h_{m-2l} + h_{n-2k+2^j} \cdot \\ &\quad h_{m-2l+2^j})_{((N+2^j-1) \times (N+2^j-1)) \times ((N+2^j-1) \times (N+2^j-1))} \\ &= -(N-1) \leq k, l, n, m \leq 2^j - 1 \end{aligned}$$

引入 $q \leq p-1$ 时 q 次幂函数 d 阶导数的 Daubechies 小波重构方程式为

$$\frac{q!}{(q-d)!} t^{(q-d)} = 2^{j(\frac{1}{2}+d)} \sum_{k=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,k}^q \phi^{(d)}(2^j t-k) =$$

$$2^{j(\frac{1}{2}+d)} \sum_{k=N}^0 c_{j,2^j t-k}^q \phi^{(d)}(k) \quad d \leq q \leq p-1 \quad (16)$$

利用上式可求得分别对 n 次和 m 次幂函数求 r 阶和 s 阶导数并相乘的结果为

$$\frac{n!}{(n-r)!} \frac{m!}{(m-s)!} t^{(n+m-r-s)} =$$

$$2^{j(1+r+s)} \sum_{k=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,k}^n \phi^{(r)}(2^j t-k) \sum_{l=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,l}^m \phi^{(s)}(2^j t-l),$$

$$r \leq n \leq p-1, s \leq m \leq p-1 \quad (17)$$

对上式两端乘以 t^v , 并在区间 $[0, 1]$ 进行积分, 得

$$\frac{n!}{(n-r)!} \frac{m!}{(m-s)!} \int_0^1 t^{v+n+m-r-s} dt = 2^{j(1+r+s)} \cdot$$

$$\sum_{k=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,k}^n \sum_{l=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,l}^m \int_0^1 t^v \phi^{(r)}(2^j t-k) \phi^{(s)}(2^j t-l) dt =$$

$$2^{j(1+r+s)} \sum_{k=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,k}^n \sum_{l=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,l}^m \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{[0,1]}(t) t^v \phi^{(r)}(2^j t-k) \phi^{(s)}(2^j t-l) dt$$

即为

$$2^{j(1+r+s)} \sum_{k=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,k}^n \sum_{l=2^j t-N}^{2^j t} c_{j,l}^m \Lambda_{k,l}^{j,v,r,s} =$$

$$\frac{n!}{(n-r)!} \frac{m!}{(m-s)!} \frac{1}{(v+n+m-r-s+1)} \quad (18)$$

利用式 (18) 可对式 (15) 的计算结果进行验证。

4 算例

为说明 Daubechies 小波有限元法的精度及本文所提出的用于桩基础计算的新型联系系数的适用性, 以下选用了两组算例。首先采用弹性地基梁算

例, 通过小波解与理论解的对比, 可以证明小波法具有足够的计算精度; 桩基础算例中, 由于不具有解析解, 故采用小波解与有限元解进行对比, 借以说明文中所推导出的联系系数在桩基础的数值计算中同样具有较好的适用性。

4.1 两端固结弹性地基梁算例

算例的基本条件是: 受均布荷载的等截面平面弯曲梁, 梁身弹性模量为 E , 截面惯性矩为 I , 梁长 l , 地基系数 $k=1\,000EI/l^3$ 。采用具有 6 阶消失矩的 db6 小波尺度函数作为基函数, 计算结果见表 1 及图 1, 表 1 与图 1 内容相对应。

4.2 桩基础算例

以下各算例的基本条件是: 等截面桩基础, 梁身弹性模量为 E , 截面惯性矩为 I , 梁长 l , 地基系数的比例系数为 $m=1\,000EI/l^4$ 。各工况均采用具有 6 阶消失矩的 db6 小波尺度函数作为基函数, 按上述方法计算出新型 Daubechies 小波联系系数值后, 采用小波有限元法进行计算。另外, 为体现小波有限元法的优势和特点, 对比小波有限元法与常规有限元法的异同, 在下述算例的计算中, 小波有限元法只采用一个 db6 小波单元, 常规有限元法采用了 20 个梁单元。

横向剪力作用下 ($Q=-1$) 桩基础的 Daubechies 小波法及常规有限元法的计算结果如图 2、3 所示。

弯矩作用下 ($M=1$) 桩基础的 Daubechies 小波法及常规有限元法的计算结果如图 4、5 所示。

横向剪力和弯矩综合作用下 ($Q=-1, M=1$) 桩基础的 Daubechies 小波法及常规有限元法的计算结果如图 6、7 所示。

4.3 结果对比

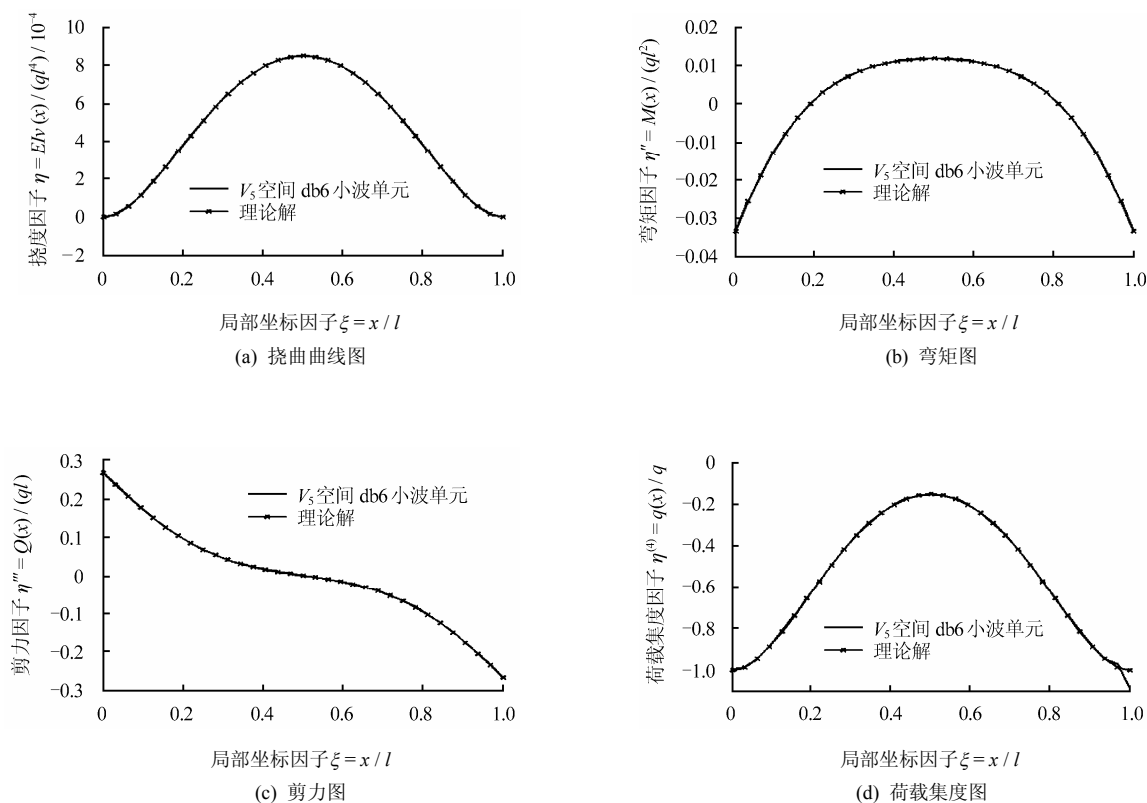
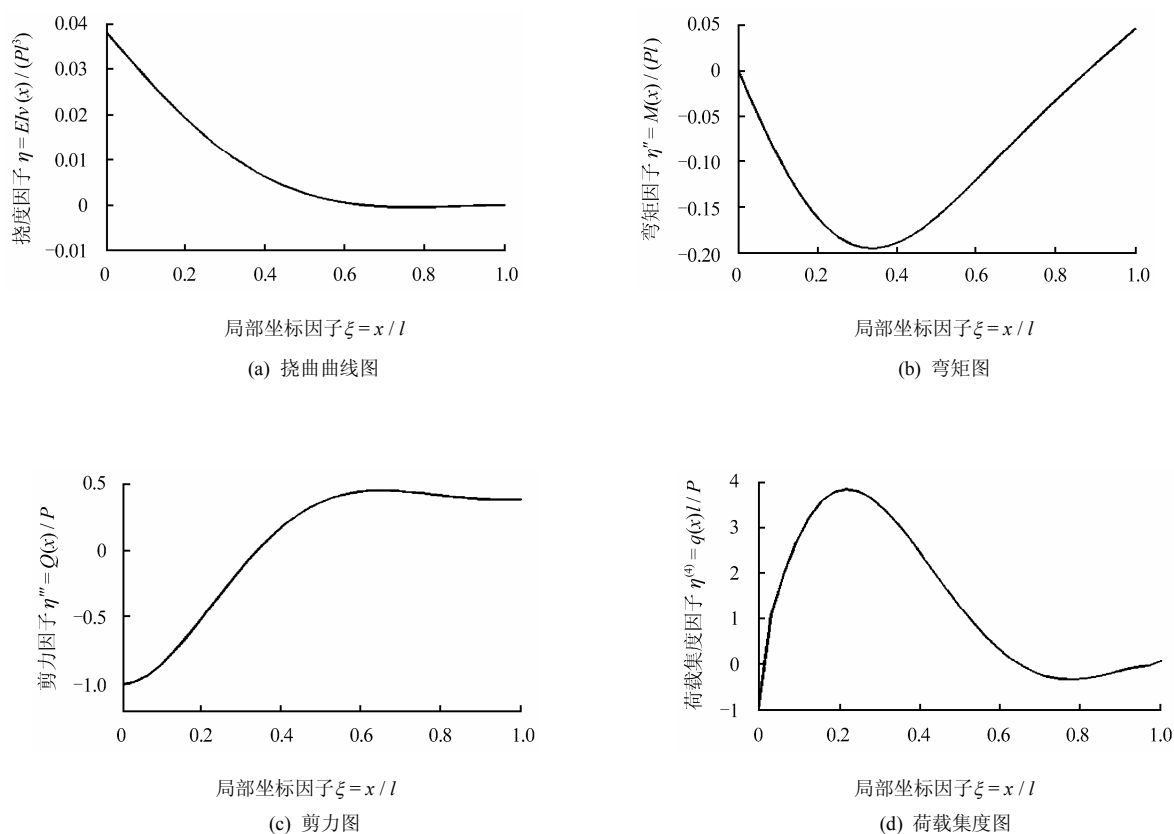
(1) 从图 1 中可看出, 条件小波数值解与理论解绝对差值很小, 两条曲线十分接近。

(2) 由于小波单元内部采用的是具有一定消失矩的小波基插值函数, 因此, 其内部节点的求解精度更高, 且不存在剪力图中的“锯齿”形态, 并且对荷载集度的曲线形态也有很好地描述, 而这一点对于常规有限元法则较难实现。

表 1 两端固结弹性地基梁数值计算结果

Table 1 Numerical computation results of beam on elastic foundations with fixed bearing on both ends

计算位置	挠度因子 $\eta / 10^{-3}$		弯矩因子 $\eta'' / 10^{-1}$		剪力因子 η'''		荷载集度因子 $\eta^{(4)}$	
	理论解	小波解	理论解	小波解	理论解	小波解	理论解	小波解
0	0.000 000	0.000 000	-0.334 318	-0.334 372	0.265 378	0.286 463	1.000 000	0.858 422
0.25 <i>l</i>	0.507 922	0.507 922	0.052 734	0.052 737	0.067 070	0.065 590	0.492 078	0.495 851
0.5 <i>l</i>	0.849 638	0.849 638	0.118 446	0.118 486	0.000 000	0.003 282	0.150 362	0.110 260
0.75 <i>l</i>	0.507 922	0.507 922	0.052 734	0.052 762	-0.067 070	-0.064 152	0.492 078	0.461 519
<i>l</i>	0.000 000	0.000 000	-0.334 318	-0.334 372	-0.265 378	-0.269 069	1.000 000	1.063 159

图 1 两端固结弹性地基梁计算结果 ($f(x) = q$ 、 V_5 空间)Fig.1 Computation results of beam on elastic foundations with fixed bearing on both ends ($f(x) = q$, V_5 space)图 2 桩顶横向剪力作用下桩基础计算结果 (V_5 空间、1 个 db6 小波单元)Fig.2 Computation results of pile with lateral shear on its top (V_5 space, one db6 wavelet element)

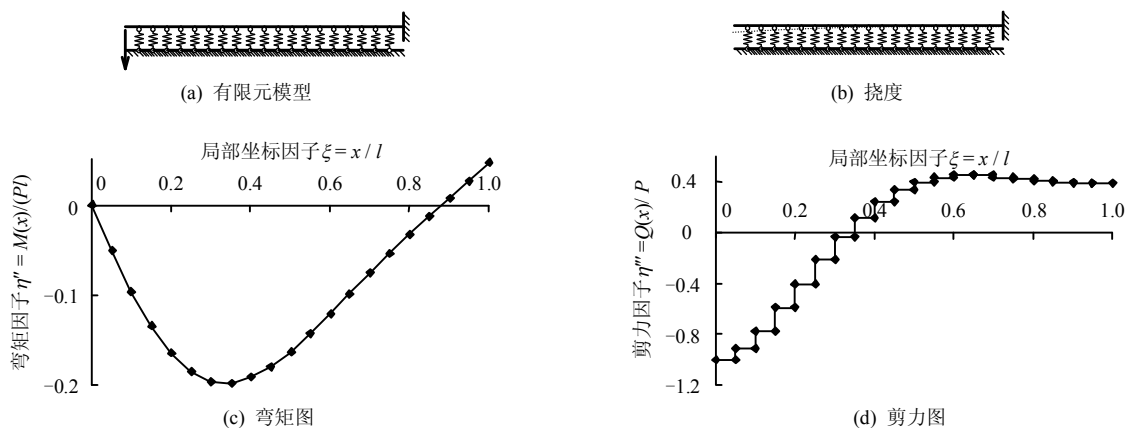


图3 桩顶横向剪力作用下桩基础计算结果 (20个常规梁单元)

Fig.3 Computation results of pile with lateral shear on its top (20 normal beam elements)

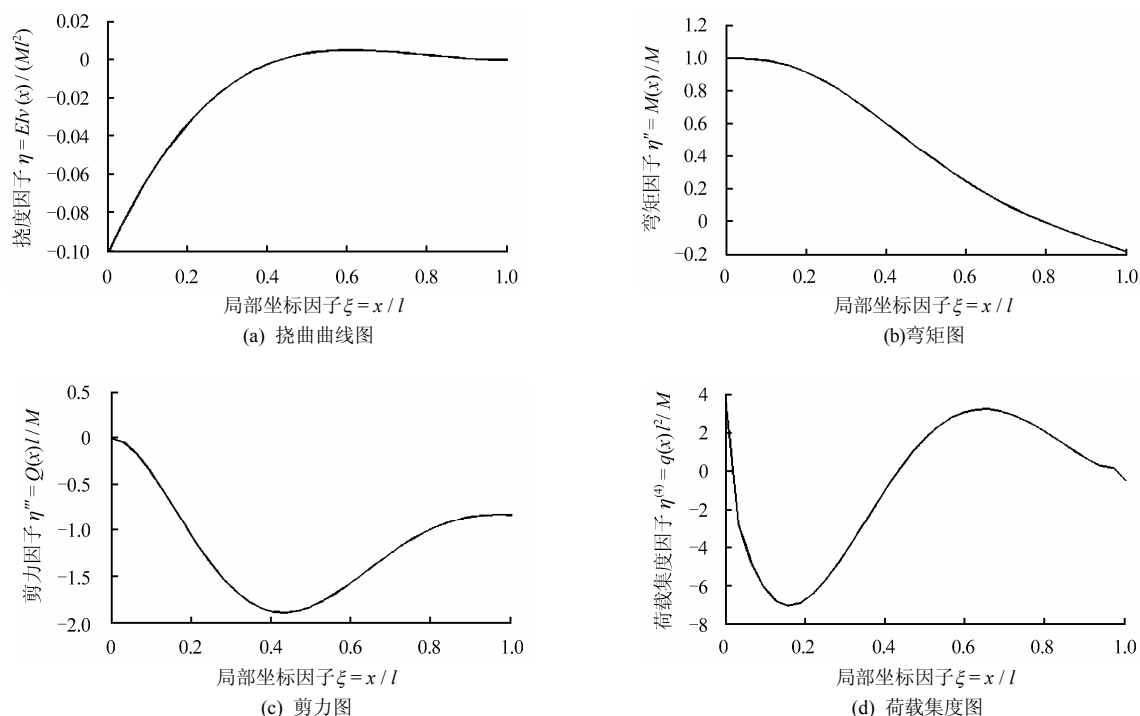
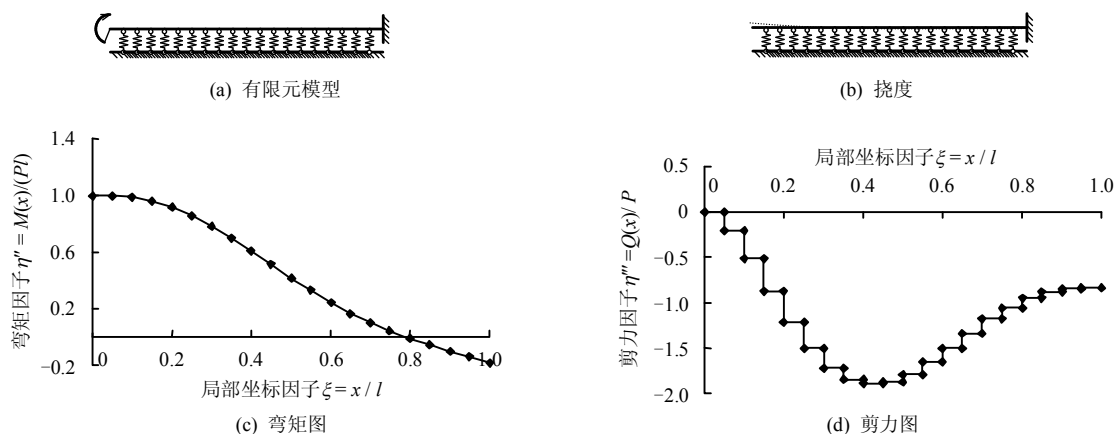
图4 桩顶弯矩作用下桩基础计算结果 (V_5 空间、1个 db6 小波单元)Fig.4 Computation results of pile with bending moment on its top (V_5 space, one db6 wavelet element)

图5 桩顶弯矩作用下桩基础计算结果 (20个常规梁单元)

Fig.5 Computation results of pile with bending moment on its top (20 normal beam elements)

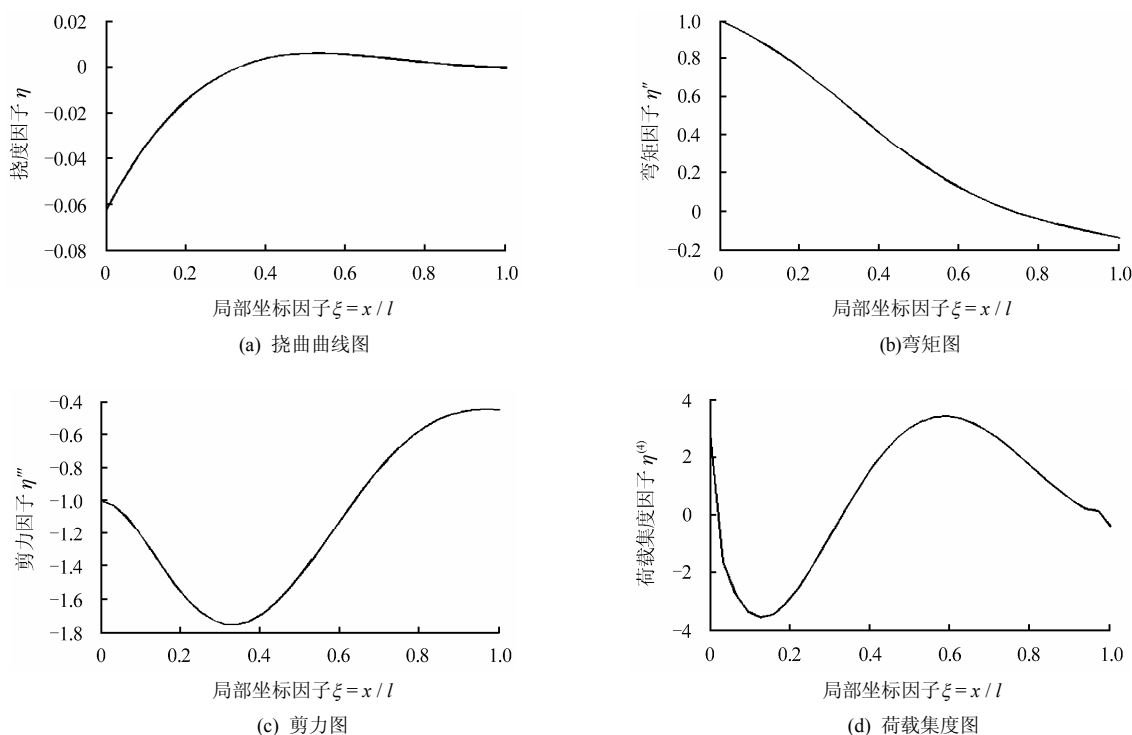
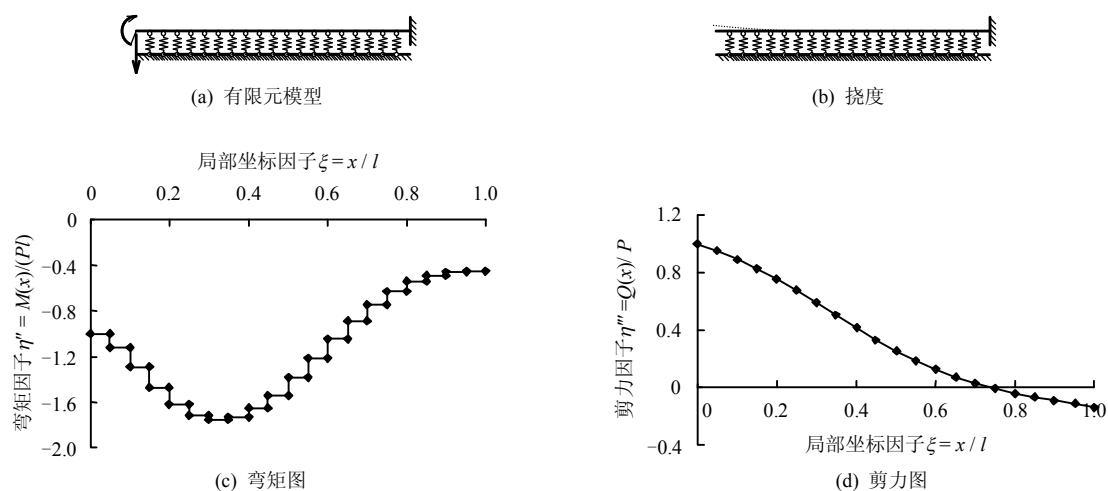
图 6 桩顶剪力、弯矩共同作用下桩基础计算结果 (V_5 空间、1 个 db6 小波单元)Fig.6 Computation results of pile with the joint effect of shear force and bending moment on its top (V_5 space, one db6 wavelet element)

图 7 在桩顶剪力、弯矩共同作用下桩基础计算结果 (20 个常规梁单元)

Fig.7 Computation results of pile with the joint effect of shear force and bending moment on its top (20 normal beam elements)

(3) 在基于新型联系系数 $\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s}$ 的 Daubechies 小波有限元法中, 使用较少的单元 (V_5 空间) 就可以完全替代较多的常规梁单元, 并较其具有更高的计算精度。另外, 该法在求解中不需对结构单元进行重新划分, 可根据需要任意确定计算精度。

(4) 基于新型联系系数 $\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s}$ 的 Daubechies 小波有限元法可有效求解未知场函数 (挠度) 的 4 阶导数, 即荷载集度。

5 结 论

(1) 本文提出并推导的基于 m 法桩基础计算模型的 Daubechies 小波新型联系系数 $\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s}$ 结果可靠, 可用于桩基础的受力计算。

(2) 基于新型联系系数 $\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s}$ 的 Daubechies 小波有限元法在求解中不需对结构单元进行重新划分, 该法在处理应力大梯度、高度非线性等问题时具有更大的灵活性、适应性和可靠性。

(3) 基于新型联系系数 $\Lambda_{k,l}^{j,v,r,s}$ 的 Daubechies 小波有限元法在精确求解桩基础未知场函数高阶导数上较常规方法具有更大的优势。

参考文献

- [1] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [2] 何正嘉, 陈雪峰, 李兵, 等. 小波有限元理论及其工程应用[M]. 北京: 科学出版社, 2006.
- [3] 何正嘉, 陈雪峰. 小波有限元理论研究与应用进展[J]. 机械工程学报, 2005, 41(3): 1—11.
HE Zheng-jia, CHEN Xue-feng. Study of wavelet finite element method theory and progress on its application in engineering[J]. **Journal of Mechanical Engineering**, 2005, 41(3): 1—11.
- [4] DAUBECHIES I. 小波十讲[M]. 李建平, 杨万年译. 北京: 国防工业出版社, 2004.
- [5] 马军星, 薛继军, 杨胜军, 等. Daubechies 小波基梁单元的构造及其应用研究[J]. 小型微型计算机系统, 2004, 25(4): 663—666.
MA Jun-xing, XUE Ji-jun, YANG Sheng-jun, et al. Study of the construction and application of Daubechies wavelet-based beam element[J]. **Journal of Chinese Computer Systems**, 2004, 25(4): 663—666.
- [6] LATTO A, RESNIKOFF H, TENENBAUM E. The evaluation of connection coefficients of compactly supported wavelets[R]. [S. l.]: Aware Inc., 1999.
- [7] CHEN M Q, HWANG C, SHIH Y P. The computation of wavelet-Galerkin approximation on a bounded interval[J]. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, 1996, 39(17): 2921—2944.
- [8] YANG S Y, NI G Z. Wavelet-Galerkin method for computations of electromagnetic fields-computation of connection coefficients[J]. **IEEE Transactions on Magnetism**, 2000, 36(4): 644—648.
- [9] FENG J, YE T Q. Instability analysis of prismatic members by wavelet-Galerkin method[J]. **Advances in Engineering Software**, 1999, 30(5): 361—367.
- [10] MONASSE P, PERRIER V. Orthonormal wavelet bases adapted for partial differential equations with boundary conditions[J]. **SIAM Journal on Mathematical Analysis**, 1998, 29(4): 1040—1065.
- [11] LIN E B, ZHOU X. Connection coefficients on an interval and wavelet solutions of Burgers equation[J]. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, 2001, 135: 63—78.
- [12] MA J X, XUE J J, YANG S J, et al. A study of the construction and application of a Daubechies wavelet-based beam element[J]. **Finite Elements in Analysis and Design**, 2003, 39(10): 965—975.
- [13] CHEN X F, YANG S J, HE Z J, et al. The construction of wavelet finite element and its application[J]. **Finite Elements in Analysis and Design**, 2004, 40(5—6): 541—554.

书讯

岩土工程勘察

建筑科学类, 张荫著, 16 开, 234 页, 平膜装, 估价: 28 元, 2011 年 6 月出版, ISBN: 9787—112—12968—3。

本书根据土木工程专业教学计划要求编写, 全书共分为九章。论述了土木工程领域常用的岩土工程勘察方法与评价。主要内容有: 工程地质测绘与调查, 勘察与取样, 室内试验, 原位测试, 地下水, 各类建筑岩土工程勘察, 特殊土岩土工程勘察以及岩土工程评价等。分别从基本概念与原理、方法的适用性、勘察资料的分析与评价、以及工程应用等方面进行了论述, 并附有复习思考题。本书可作为高等院校土木工程专业本科及研究生教学用书, 亦可供工程技术人员及注册工程师执业资格考试参考。

(摘自 中国建筑书店)